



$\sqrt{1600} = 40$ $8^3 - 472 = 40$ $-4 \times -10 = 40$
 $10 \times 4 = 40$ $22,72 : 0,568 = 40$
 $-5 \times -8 = 40$ $5 \times (4+4) = 40$
 $2(2^2 + 4^2) = 40$ $4\sqrt{100} = 40$
 $14,76 : 0,369 = 40$ $2 \times 4 \times 5 = 40$ $\frac{1}{3} \times 30 = 40$
 $4 \times 5 = 20$ $100 : 2,5 = 40$
 $9,125 \times 40 = 365$

NVORWO 40 jaar

Onderzoekslessen met rijke problemen

Annette Markusse en Frans van Galen





Jaargang 41
#5
2022

Wiskunde & burgerschap

Basisvaardigheden om zelfbewust in de maatschappij te staan

Jaargang 41
#1
2021

Wiskundeplezier

NVORWO en Volgens Bartjens bestaan 40 jaar

Wiskundige (sneeuw)pret

Jaargang 41
#1
2021

Rekenen met het hoofd

Ruimte voor nadenken

Hou je hoofd erbij!



Kinderen de ruimte geven
om zelf na te denken en
ontdekkingen te doen.

HOGESCHOOL
!pabo



Reken-wiskundeonderwijs draagt bij aan kansengelijkheid

Wat ons betreft wel, maar wat niet helpt:

- Dat methoden aparte boekjes maken voor verschillende niveaus
- De grote nadruk op voordoen-nadoen, al die vormen van directe instructie
- Al die saaie rechtoe-rechtaan opgaven

Context

Dagelijks leven
Beroepsgericht
Burgerschap
Verder leren
'Financial literacy'
'Health numeracy'
Recreatief / Spelen

Kennis en vaardigheden

Getallen en hoeveelheden
Grootheden, eenheden, meten
Oriënteren op 2D en 3D
Patronen, relaties en verandering
Data en kansen
Rekentools gebruiken
Modellen gebruiken, rekenstappen
Digitale vaardigheden



Hogere-orde vaardigheden

Interpreteren
Analyseren van situaties
Redeneren
Mathematiseren
Probleemoplossen
Kritisch denken

Houding

Zelfvertrouwen
Motivatie
Opvattingen
Samenwerken
Flexibiliteit
Doorzettingsvermogen
Reken(wiskunde)angst
Leerproblemen
Stereotypering

Rijke problemen

Nadenken, proberen,
samenwerken, overleggen,
opnieuw proberen, oplossing
presenteren, vergelijken met
anderen, praten over
achterliggende wiskundige ideeën,
zelfvertrouwen ontwikkelen,
wiskundige ideeën ontwikkelen.....



Frans van Galen en Marieke Bos

Tellen als een rijk probleem

Leerlingen in groep 3 en 4 kennen de telrij tot 100, maar doorzien ze ook de structuur van de getallen? In de les die hier beschreven wordt moeten leerlingen een manier bedenken om het tellen van voorwerpen te organiseren, en dat blijkt nog niet zo eenvoudig als je in een groepje samenwerkt. Het tellen leidt tot een gesprek over de rol van de 10 in ons getalsysteem.

Frans van Galen is hoofdleraar voor het rekenen en Marieke Bos is leerkracht op Oortwijk Basisschool De Klim in Utrecht.

Het getal 78 is een plek in de getalrij, maar het is ook een combinatie van 7 tientallen en 8 eenheden. Inzicht in de betekenis van de verschillende cijfers in een getal is essentieel voor het kunnen rekenen en voor doen en in het onderwijs dan ook van alles aan een leerling die tracht hij te brengen. Alleen gebeurt het over het algemeen via het introduceren van kant en klaar modellen. Het begint meestal met etenduren, vaak al in de kleuterklas. Er passen altijd 10 eieren in een doos, want etenduren met 1 of 12 eieren doen op school niet meer. Daarna komen het kladnummer en het rekenrek, met hun groepjes van 10 witte en 10 rode kerntjes. In het rekenboek staan vervolgens grafieken en vaam alvorens de tiensloten zijn uitgegeven, en zo gaat dat door. De vraag is dus: geven we leerlingen wel de kans om zelf uit te zoeken hoe getallen in elkaar zitten, en waarom die 10-structuur zo handig is? We beschrijven in dit artikel een les waarin leerlingen blokjes, steentjes, papercijps,

Zelf deze les geven? Op www.volgensbartjens.nl staat een lesbeschrijving, met concrete aanwijzingen. De les is geschikt voor zowel groep 3 als groep 4, al zal het accent in de twee groepen wat anders kunnen te liggen. Op de site staan ook videobeelden van de les, zoals bij door Marieke Bos gegeven werd. Dit alles geeft waarschijnlijk een goed beeld van wat je kunt verwachten in je eigen klas.

Wie het vaakst wilt leerkracht. We zijn benieuwd om te horen hoe deze combinatie van een artikel in het tijdschrift en extra materiaal op de site ervaren wordt.

Een kaart ontlenen De les begint met een foto van een glazen vaas met paaspeper. De leerkracht vertelt dat hij bij de bakker mocht raden hoeveel rijps het waren, en als je het nou raden kreeg je een taart. Het levert meteen een reactie op van een groep 4 leerling: je kunt de voorkant tellen en dan maal twee. Een andere leerling wil aan en dan nog een paar voor in het midden. Andere leerlingen wilden weten of de juf die kaart gewonnen had...nee, jammer hè? - en hovert erbij het eigenlijk waren.

Bij de reactiebeten die volgen als groepswerk, moeten de leerlingen steeds vooral opgeletjes hoort blokjes of papercijps ze denken dat er zijn. Het is meer raden dan schatten, want met een teld vel blokjes valt er niet zo veel te raden. Dit raden wordt goed als concreet, omdat het betekenis geeft aan het tellen: natuurlijk wil je weten of je er met het raden dichtbij zit. De opdracht was om samen één getal te kiezen. We wilden daarmee voorkomen dat de taak een competitie-element kreeg.



▲ Wie het vaakst wilt leerkracht.

van hoe we de papercijps erin stoppen, maar we wilden gewoon doen: in de tenuitnagde van de rekenactiviteit, ze tellden niet synchronis. De oplossing van het groepje om dan maar het laatste gevonden getal op te schrijven... nu vonden 71 'wel een goed getal' - vindi geen grana bij de leerkracht. Ze wist voor dat het groepje anders over een betere tactiek en dan nog eens de papercijps uit. Of, een leerling uit een ander groepje, suggestie hierop en vertelt: wij maakten groepje.

Op de site van Volgens Bartjens staan video-opnamen van de les.

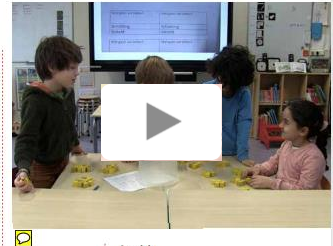
TIP! Bij zo'n open probleem is het goed om het groepswerk na niet al te lange tijd stil te leggen. Je kunt als leerkracht dan controleren of iedereen de opdracht goed begrepen heeft en je kunt ook de eerste suggesties voor het aanpakken van het probleem bespreken. In dit geval kwam in het korte gesprekje duidelijk naar voren dat één voor één tellen misschien niet zo'n goed idee is en dat de oplossing era kunnen zijn om op de een of andere manier groepjes te maken.

Samen, apart, weer samen De drie groepjes die we volgden veranderden hun telstrategie op een andere manier. Ze merkten dat ze fouten maakten bij het tellen, of de leerkracht kon lang en niet dat ze fouten maakten. Hun tweede aanpak is dat ze het telwerk verdelen. Iedereen legt een hoeveelheid op zijn eigen tafel en wil zijn eigen deel. Maar dan ontdekken ze dat hier ook een nadeel aan kleef: opstellen van vier telstrategieën blijft een heel probleem. Tenslotte wordt bedacht dat je alles wat op de tafeltje ligt, ook als één geheel kunt tellen. In het groepje dat de papercijps opnieuw moest tellen, zag Ninus: 'We hebben eerst groepjes van tien... maar dan bleven nog er wel wat over natuurlijk. In daarna hebben we alles opgeteld. Eerst alle groepjes van tien en daarna de dingen die nog toe waren.'



▲ Kinderen tellen samen de dingen die ze erin hebben.

Het telwerk verdelen en dan alles tellen als 'soreel' groepjes plus zoveel nog over' kan natuurlijk alleen als iedereen even grote groepjes maakt. De leerlingen van groep 4 kiezen direct voor groepjes van tien, maar bij de leerlingen van groep 3 is er discussie over hoe groot de groepjes moeten zijn. Meestal maken zij groepjes van vijf, maar ze tellen die niet alleen met sprongen van vijf, maar ook met sprongen van tien.



▲ Over de les

Opvallend is dat bij de drie groepjes die we volgden, de leerlingen van groep 4 steeds lijken te kiezen voor groepjes van tien, terwijl de leerlingen van groep 3 verschillende mogelijkheden noemen. Daar kan in meepelen dat voor leerlingen van groep 4 het denken in tiensloten en eenheden inmiddels al erg vanzelfsprekend is geworden. Als strategie is overigens het maken van groepjes van vijf misschien wel handiger: je kunt namelijk

▲ Kinderen tellen samen de dingen die ze erin hebben.



▲ Kinderen tellen samen de dingen die ze erin hebben.

In één oopgafje zien dat er vijf blokjes bij elkaar liggen, en niet vier of zes. In vervolgens kan je dan, zoals Luc doet, steeds twee groepjes samen nemen voor sprongen van tien.

Het doel dat we voor ogen hadden met deze les - leerlingen de structuur van getallen laten onderzoeken - is zonder meer gehaald. De leerlingen hadden bij de start echter een ander doel voor ogen: voor hen ging het in deze activiteit om schatten en zoepgafje tellen. Later werd het hen wel duidelijk dat de les ook over de structuur van tiensloten en eenheden ging.

Bij een rijk en open probleem is er eigenlijk altijd een verschil tussen de doelen van de leerkracht en het doel dat de leerlingen zien. De leerkracht wil leerlingen nieuwe wiskundige keuzes leren ontwikkelen, maar voor de leerlingen staat simpelweg het oplossen van het opgegeven probleem voorop. Met dat voor ogen zijn er vraagtekens te plaatsen bij het begrip van een les met het opschrijven van het lesdoel, wat tegenwoordig zo benadrukt wordt. Wanneer het gaat om oefenen is dat zinnig - 'we oefenen vandaag de tabel van 4' - maar bij

Bekijk de video en onderzoek of de manier waarop de leerlingen van hun eerste aanpak overgaan op meer geordend tellen, steeds hetzelfde is.



Om welke ontdekking gaat het?

- Leerlingen onderzoeken de structuur van de getallen tot 100. Ze ontdekken dat het handig is om de voorwerpen die je moet tellen te ordenen in groepjes van 10, en ze ontdekken de relatie tussen die ordening en de tientallige structuur van getallen.
- <https://www.volgens-bartjens.nl/art/50-6857> Tellen-als-een-rijk-probleem



Mikken

Wat voor redeneringen verwacht je?

Om welke ontdekkingen gaat het?

Hoe zorg je voor een vruchtbaar rekengesprek daarover?



Mikken

Wie kan de meeste doelpunten maken met een basketball?

Een paar kinderen hebben vanmorgen geoefend. Hieronder zie je hoe vaak ze raak gooiden. Een zwart bolletje betekent: de bal ging er in.

Julia: ●●●●● ●●●●● ○○○○○ ○○○○○

Tom: ●●●●● ●●●●● ●●●●● ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○

Kim: ●●●●● ●●○○○ ○○○○○ ○○○○○

Erin: ●●●●● ●●●●● ●●●●● ●●●●● ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○

Paul: ●●●●● ●●●●● ●●●●● ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○

Ernst: ●●●●● ●●●●● ●●●●● ●●●●● ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○

Tes: ●●●●● ●●●●● ●●●●● ●●○○○ ○○○○○ ○○○○○

Loes: ●●●●● ●●●●● ●●●○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○

Werken aan een serie onderzoekslessen



WELKE KANSEN ZIEN
JULLIE?



TIPS?