

Opleiden voor rekenen-wiskunde in het basisonderwijs

Ronald Keijzer, Hogeschool iPabo
Hanneke van Doornik-Beemer, Hogeschool Fontys
Wil Oonk, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Samenvatting | *In dit hoofdstuk staat het opleiden voor het vak rekenen-wiskunde centraal. Achtereenvolgens wordt de maatschappelijke context van rekenen-wiskunde besproken en de vormgeving van het vak op de basisschool. Daarna wordt ingegaan op de opleidingsdidactiek: hoe worden studenten opgeleid voor wiskunde in het basisonderwijs en hoe zorgen lerarenopleiders rekenen-wiskunde ervoor dat zowel hun eigen vakdidactische als wiskundige kennis en vaardigheden van hoog niveau blijft.*

Maatschappelijke context

Rekenen-wiskunde in de basisschool is lang een vak geweest waar het louter ging om het vaardig leren toepassen van rekenregels voor de hoofdbewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen voor zowel gehele getallen als breuken. Voor een enkeling is dit beeld van het vak rekenen-wiskunde nog altijd actueel (Stichting Goed Rekenonderwijs, 2009). Resultaat van dit mechanistische rekenen is dat het rekenen voor veel leerlingen verwerd tot betekenisloos goochelen met getallen (Erlwanger, 1973). Daarom kreeg in 1971 het Instituut voor ontwikkeling van het wiskundeonderwijs (IOWO) de opdracht het rekenonderwijs te hervormen. Wat ontstond werd aangeduid als realistisch reken-wiskundeonderwijs. Het idee achter dit nieuwe, realistische reken-wiskundeonderwijs (Freudenthal & Oort, 1977) is dat het rekenen plaatsvindt in voor leerlingen herkenbare situaties, die de lerende leert mathematiseren ofwel leert deze door een wiskundige bril te beschouwen (Treffers, 1987; Freudenthal, 1991).

Rond 1990 vond in het basisonderwijs een omslag plaats van het gebruik van lesmethoden voor rekenen-wiskunde die waren geïnspireerd op de mechanistische visie op rekenen naar lesmethoden die voortbouwden op ideeën rond realistisch reken-wiskundeonderwijs (Van Weerden & Hiddink, 2013). Vanaf dat moment liepen bepaalde onderwijsopbrengsten voor rekenen-wiskunde in Nederland op internationaal vergelijkende studies terug (Meelissen & Drent, 2008). Dit vormde de aanleiding voor een maatschappelijk debat over de relatie tussen de keuze voor realistisch reken-wiskundeonderwijs en dalende onderwijsopbrengsten. Een KNAW-commissie beslechtte dit debat in 2008. Die gaf aan dat het voor de opbrengsten niet uitmaakte vanuit welke visie het reken-wiskundeonderwijs wordt ingevuld. Daarnaast stelde de KNAW-commissie vast dat onder meer de lerarenopleidingen basisonderwijs debet waren aan de terugloop in onderwijsopbrengsten, omdat die in de ogen van de commissie te weinig opleidingstijd besteedden aan rekenen-wiskunde (KNAW, 2009; Keijzer, 2010).

Verwoorden en mentaal handelen zijn essentieel voor de ontwikkeling van het wiskundig denken.

Het vak rekenen-wiskunde in de basisschool

Leraren basisonderwijs volgen in het algemeen een reken-wiskundemethode om het onderwijs vorm te geven. Dat neemt niet weg dat zij daaraan een eigen invulling geven. Hun taak is namelijk om de door ontwerpers bedachte opdrachten zo in te zetten dat het leerlingen helpt het beoogde hoge niveau te bereiken (Keijzer, Van der Linden, Vos-Bos, & Verbeek-Pleune, 2012). Daarbij laten ze zich leiden door observaties van leerlingen en toetsresultaten op methodetoetsen en gestandaardiseerde toetsen (PO-Raad, 2009; Keijzer, 2013). Dit sluit aan bij het streven van de overheid om de onderwijsopbrengsten te verhogen. Namelijk, niet alleen moeten door de overheid gestelde onderwerpen 'Getallen', 'Verhoudingen', 'Meten en Meetkunde', en 'Verbanden' aan bod komen, maar het onderwijs is ook verantwoordelijk om ervoor te zorgen dat 90% van de leerlingen aan het eind van de basisschool het zgn. fundamentele 1F-niveau bereikt en twee derde van de leerlingen het zgn. streefniveau, 1S (SLO, 2006; Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen, 2008).

Om deze doelen te bereiken, wordt van leraren basisonderwijs verwacht dat ze als praktijkonderzoeker kijken naar hoe leerlingen rekenen-wiskunde leren. Zij analyseren daarbij bijvoorbeeld het niveau waarop een leerling rekt. Dat is nodig, omdat het onderwijs erop gericht moet zijn dit niveau te verhogen. Dit gebeurt als leraren leerlingen ondersteunen bij het mathematiseren of 'verwiskundigen' van betekenisvolle situaties naar een wiskundige beschrijving, bijvoorbeeld in de vorm van getallen en bewerkingen. Niveauperhoging bij rekenen-wiskunde heeft in het algemeen het karakter van de overgang van informeel concreet handelen, via het werken met representaties en modellen, naar abstractere symboliserings en formules.

Verwoorden en mentaal handelen zijn daarbij essentieel voor de ontwikkeling van het wiskundig denken (Treffers, Van den Heuvel-Panhuizen, & Buijs, 1999; Treffers, De Moor, & Feijs, 1989; Van Groenestijn, Borghouts, & Janssen, 2011).

Opleidingsonderwijs

Kennisbasis

In de slijpstream van de maatschappelijke onrust rond het vak rekenen-wiskunde werd de kennisbasis rekenen-wiskunde ontwikkeld (Van Zanten, Barth, Faarts, Van Gool, & Keijzer, 2009). Deze kennisbasis beschrijft de specifieke gecijferdheid of wiskundige geletterdheid van de leraar basisonderwijs (Oonk, Van Zanten, & Keijzer, 2007). De kennisbasis omvat daarmee de didactische kennis van de (aanstaande) leraar, maar stelt ook behoorlijke eisen aan diens rekenvaardigheid (Keijzer, 2016). Een professioneel gecijferde leraar herkent wiskunde in de eigen omgeving en in die van kinderen, en kan op die manier vakkennis en didactische kennis met elkaar verbinden (Ball, Thames, & Phelps, 2008). Deze verbinding tussen vakkennis en vakdidactische kennis is specifiek voor de kennisbasis van de leraar basisonderwijs en maakt bovendien dat de domeinen in de kennisbasis rekenen-wiskunde van de (aanstaande) leraar goeddeels samenvallen met die in het basisonderwijs. Daarom kan de kennisbasis rekenen-wiskunde van de leraar basisonderwijs ook goed beschouwd worden in het perspectief van doorlopende ontwikkeling in het leren van het vak rekenen-wiskunde door de (aanstaande) leraar. De kennisbasis rekenen-wiskunde kan namelijk gezien worden als een beroepsspecifieke invulling van het rekenniveau dat beoogd is voor twee derde van de 18-jarigen, het zgn. 3S-niveau (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen, 2008).

Theorie en praktijk

De *Multimediale Interactieve Leeromgeving* (MILE) voor het vak rekenen-wiskunde op de lerarenopleiding basisonderwijs (Dolk, Faes, Goffree, Hermesen, & Oonk, 1996) gaf de eerste aanzet tot leren door onderzoeken van studenten in de authentieke basisschoolpraktijk. De ontwikkeling van het concept 'Met theorie verrijkte praktijkkennis', waarin de ontwikkeling van theorie door studenten wordt beschouwd in termen van de kwaliteit van het gebruik van vaktaal, verschaftte nieuwe inzichten met betrekking tot de theorie-praktijkproblematiek in de opleiding (Oonk, 2009; Keijzer, 2013). Deze inzichten zijn uitgewerkt in studieboeken voor rekenen-wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs. De gedachte is dat vakdidactische theorie voor studenten vooral betekenis krijgt en kan beklijven in eigen en anderen praktijkverhalen. De vaktaal die nodig is om die praktijk te beschouwen, representeert in feite de theorie in de vorm van vakspecifieke-, vakdidactische- en algemeen didactische en pedagogische begrippen die in de vaktaal verweven zijn. Studenten maken zich die professionele taal in toenemende mate eigen in een leerproces van verrijking van de eigen praktijkkennis met theorie. Zij leren concepten, ideeën en opvattingen gaandeweg generaliseren en objectiveren, niet alleen omdat ze betekenisvol zijn geworteld in de praktijkverhalen, maar ook omdat de verhalen hen in staat stellen zo nodig betekenissen van objecten op te roepen (Oonk, Verloop, & Gravemeijer, 2015, p. 563). Het moge duidelijk zijn dat de rol van de opleider hier cruciaal is. Met name tijdens interactie onder leiding van de opleider is er sprake van niveauverhoging in het gebruik van theorie door studenten (Oonk, 2009, p. 171).

Opleidingsdidactiek

De visie, programmering en kwaliteitskenmerken van de huidige vakdidactiek vinden hun oorsprong in het standaardwerk *Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde & didactiek op de pabo* (Goffree & Dolk, 1995). In deze 'Proeve' is een opleidingsconcept uitgewerkt in de vorm van drie pijlers, namelijk dat de opleiding staat voor een socio-constructivistische visie op kennisverwerving, dat zij reflectie ziet als de drijvende kracht achter de professionalisering van leraren en dat zij het concept praktijkkennis interpreteert als een vorm van narratief weten. In recente ontwikkelingen in de opleidingsdidactiek zijn deze pijlers nog altijd zichtbaar (Oonk, Goffree, & Verloop, 2004). Het opleidingsonderwijs in reken-wiskunde vertoont kenmerken van het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, in de zin dat studenten (samen) leren onderwijzen in betekenisvolle praktijksituaties. Onder leiding van de opleider leren ze (her)ontdekken hoe mathematische denk- en leerprocessen verlopen en hoe ze daarbij leerlingen kunnen begeleiden en stimuleren tot niveauverhoging. De eigen gecijferdheid of wiskundige geletterdheid wordt daarbij zoveel mogelijk gedurende de hele opleiding, in een didactisch perspectief geplaatst van een zich ontwikkelende professionele gecijferdheid (Oonk, Van Zanten, & Keijzer, 2007).

Studenten verwerven de met vak- en vakdidactische theorie verrijkte praktijkkennis door theoretische studie en in de context van de basisschoolpraktijk, onder andere door reflectie op onderzoek van de eigen praktijk. Dat onderzoek richt zich op onderwerpen uit het vakgebied rekenen-wiskunde in samenhang met onderwerpen uit andere vakgebieden die zich in een praktijkcontext voordoen. Ontwerpen van het eigen onderwijs maakt deel uit van die activiteiten. Er worden daarbij moderne hulpmiddelen en werkvormen gebruikt zoals video interactie begeleiding, video-clubs en 'Lesson Study'.

De hiervoor geschetste kennisbasis leidt tot de opdracht voor de opleidingen om na te gaan hoe het verwerven van vakkennis door aanstaande leraren het verwerven van didactische kennis ondersteunt en omgekeerd, hoe het verwerven van vakdidactische kennis bijdraagt aan het verwerven van vakkennis (Keijzer & De Goeij, 2014; Keijzer, Duman, Heeremans, & Smit, 2012). Daarnaast maakt de verwevenheid van vakkennis en didactische kennis in verrijkte praktijkkennis, dat het doordenken van de vakkennis op de lerarenopleiding voorbeeldmatig kan zijn voor het onderwijzen op de basisschool, onder andere waar het gaat om gebruik maken van differentiatie binnen een studentengroep (Kool & Keijzer, 2015; Duman & Keijzer, 2016).

Leren van lerarenopleiders

Er is anno 2017 geen specifieke opleiding voor opleiders rekenen-wiskunde meer. Lerarenopleiders rekenen-wiskunde leren daarom op dit moment vooral door het bestuderen van theorie, en van en in de eigen opleidingspraktijk, die zij soms aangrijpen voor praktijkonderzoek. Dit gebeurt anno 2017 bijvoorbeeld binnen de ELWIEr onderzoeksgroep, waar vragen rond het reken-wiskundeonderwijs op de lerarenopleiding middels praktijkgericht onderzoek aangepakt worden. Opleiders-onderzoekers van deze onderzoeksgroep delen de opbrengst van dit onderzoek tijdens conferenties, zoals de Panama-conferentie, de ELWIEr-ECENT-conferentie en de conferentie voor lerarenopleiders, en in publicaties bijvoorbeeld in *Volgens Bartjens - Ontwikkeling en Onderzoek* en het *Tijdschrift voor Lerarenopleiders*. De jaarlijkse Panama-conferenties en de ELWIEr-conferentie zijn plekken waar professionalisering plaatsvindt door gezamenlijke door-denking van actuele thema's (bijvoorbeeld Lit & Keijzer, 2016). Tijdens de Panama-conferentie is het bijvoorbeeld gebruik dat recent gepromoveerden over hun werk vertellen. De actuele thema's die tijdens de genoemde conferenties aan de orde zijn betreffen zowel de ontwikkeling van het reken-wiskundeonderwijs in de basisschool als kennis en vaardigheden in het begeleiden van (aanstaande) leraren bij het leren onderwijzen van rekenen-wiskunde. De tijdschriften *Volgens Bartjens*, *Volgens Bartjens - Ontwikkeling en Onderzoek* en het *Tijdschrift voor Lerarenopleiders* vormen daarnaast de belangrijkste informatiebron voor lerarenopleiders rekenen-wiskunde. Van opleiders wordt verwacht dat ze de vakinhoud voor aanstaande leraren uitdagend kunnen presenteren, kennis hebben over het leren van studenten, en het leren van studenten kunnen organiseren (Keijzer, 2013, naar Zaslavsky en Leikin, 2004, p.8). Deze veelzijdige kennis van het reken-wiskundeonderwijs is zichtbaar in de verschillende rollen van de lerarenopleider rekenen-wiskunde (Geerdink & Pauw, 2016). Dit geldt in het bijzonder voor het ontwikkelen van een wiskundige attitude en het tonen van een onderzoekende reflectieve houding (Onk & De Goeij, 2006).

Toekomst

Rekenen-wiskunde wordt gezien als kernvak in het curriculum van de basisschool en zal dat waarschijnlijk in de toekomst ook blijven (PlatformOnderwijs2032, 2016). Het leren voor een sterk veranderende maatschappij van de toekomst vraagt een onderzoekende houding van leerlingen, leraren en opleiders. Voor het vak rekenen-wiskunde gaat het hierbij om een wiskundige attitude, waarin de lerende bijvoorbeeld blijkt geeft van nieuwsgierigheid naar wiskundigefenomenen, om hier vervolgens op een creatieve manier mee aan de slag te gaan.

Deze wiskundige attitude maakt van de leraar ook ontwerper en onderzoeker van de eigen praktijk, in de zin dat hij onderwijsmaterialen kritisch doordenkt voor hij ze gebruikt en nagaat hoe ze leiden tot bedoelde leerprocessen. Natuurlijk is de opleider hier een model, wanneer hij het eigen opleidingsonderwijs onderzoekt met het oogmerk het beter te maken. In dit onderzoek van de opleider is sprake van gepast inzetten van reken-wiskundekennis - zowel door leerlingen, als door leraren en ook door hun lerarenopleiders. Leerlingen exploreren de wiskunde en ontwikkelen zich tot wiskundig geletterde deelnemers aan de maatschappij, terwijl (aanstaande) leraren een professionele gecijferdheid ontwikkelen en in staat zijn om situaties voor leerlingen zodanig te didactiseren dat zij deze kunnen aangrijpen voor het leren van rekenen-wiskunde.

**(Aanstaande)
leraren
ontwikkelen een
professionele
gecijferdheid.**

Tot slot

De hier geformuleerde toekomstvisie, sluit aan bij recente maatschappelijke discussies over het leren voor de toekomst (Boswinkel & Schram, 2011). Deze visie heeft vervolgens consequenties voor de inrichting van leeromgevingen voor leerlingen waarin zij (al dan niet geïntegreerd) rekenen-wiskunde leren en ook voor onderwijsinhouden (Lit & Keijzer, 2016). Een verschuiving in het onderwijs naar aandacht voor een specifieke wiskundige attitude heeft verder gevolgen voor de lerarenopleiding, met name als daarbij gebruik wordt gemaakt van de nieuwste technologieën zoals bijvoorbeeld 3D-video en digitale materialen die aanpakken van kinderen direct weergeven. De theorie kan dan bijvoorbeeld nog nadrukkelijker vanuit de praktijk ontwikkeld worden en vervolgens een middel zijn om de praktijk te duiden (Oonk, Verloop, & Gravemeijer, 2015). De onderwijspraktijk kan dan nog beter zichtbaar maken waarom het didactiseren onder andere begint bij de wiskundige activiteit van de leraar en waarom zowel de vakdidactische als wiskundige kennis en vaardigheden van de leraar van hoog niveau moet zijn en blijven.

Referenties

- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Boswinkel, N., & Schram, E. (2011). *De toekomst telt*. Enschede: SLO.
- Dolk, M., Faes, W., Goffree, F., Hermsen, H., & Oonk, W. (1996). *A multimedia interactive learning environment for (future) primary school teachers with consequences for primary mathematics teacher education programs*. Utrecht: Freudenthal Institute/National Association for the Development of Mathematics Education.
- Duman, V., & Keijzer, R. (2016). Een uitdagende opleidingscontext voor rekenen-wiskunde. *Tijdschrift voor Lerarenopleiders*, 37(3), 65-71.
- Erlwanger, S. H. (1973). Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics. *The Journal of Children's Mathematical Behavior*, 1(2), 7-26.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. Enschede: SLO.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Freudenthal, H., & Oort, F. (1977). Erepromotie. Rede uitgesproken ter gelegenheid van het verlenen van een eredoctoraat aan Prof. Dr. H. Freudenthal, 10 januari 1977. *Euclides*, 52(9), 334-338.

- Geerdink, G., & Pauw, I. (2016). Lerarenopleiders doen ertoe. In G. Geerdink, & I. Pauw, *Kennisbasis lerarenopleiders. Katern 1: De Lerarenopleider* (pp. 7-14). Eindhoven: VELON.
- Goffree, F., & Dolk, M. (Red.). (1995). *Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde & didactiek op de pabo*. Enschede/Utrecht: Instituut voor Leerplanontwikkeling / NVORWO.
- Keijzer, R. (2010). Stand van zaken bij rekenen-wiskunde en didactiek op de lerarenopleiding basisonderwijs. *Tijdschrift voor Hoger Onderwijs*, 28(1), 31-45.
- Keijzer, R. (2013). *Wiskunde als educatieve uitdaging*. Amsterdam/Alkmaar: iPabo.
- Keijzer, R. (2016). Het veranderen van de cesuur voor de instaptoets rekenen-wiskunde. *Tijdschrift voor Lerarenopleiders*, 37(1), 73-78.
- Keijzer, R., & De Goeij, E. (2014). Scenario's voor de implementatie van de kennisbasis. *Tijdschrift voor Lerarenopleiders*, 35(1), 49-58.
- Keijzer, R., Duman, V., Heeremans, M., & Smit, A. (2012). Kennisbasis als opleidingsdidactische uitdaging. *Tijdschrift voor lerarenopleiders*, 33(3), 25-30.
- Keijzer, R., Van der Linden, J., Vos-Bos, J., & Verbeek-Pleune, L. (2012). Leraren basisonderwijs leren opbrengstgericht werken. *Tijdschrift voor lerarenopleiders*, 33(2), 39-45.
- KNAW. (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: KNAW.
- Kool, M., & Keijzer, R. (2015). Excellentie op de pabo, balans tussen uitdagen en ondersteunen. *Tijdschrift voor lerarenopleiders*, 36(2), 47-59.
- Lit, S.A., & Keijzer, R. (2016). Rekenen-wiskunde over ()denken. Verslag 34e Panamaconferentie. *Volgens Bartjens - ontwikkeling en onderzoek*, 35(5), 57-63.
- Meelissen, M., & Drent, M. (2008). *TIMSS-2007 Nederland: trends in leerprestaties in exacte vakken in het basisonderwijs*. Enschede: University of Twente.
- Oonk, W. (2009). *Theory-enriched practical knowledge in mathematics teacher education*. Leiden: Mostert & Van Onderen.
- Oonk, W., & De Goeij, E. T. (2006). Wiskundige attitudevorming. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 25(4), 37-39.
- Oonk, W., Goffree, F., & Verloop, N. (2004). For the Enrichment of Practical Knowledge. Good practice and useful theory for future primary teachers. In J. Brophy, *Using video in teacher education. Advances in Research on teaching* (10 ed., pp. 131-168). New York: Elsevier Science.
- Oonk, W., Van Zanten, M., & Keijzer, R. (2007). Gecijferdheid, vier eeuwen ontwikkeling. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(3), 3-18.
- Oonk, W., Verloop, N., & Gravemeijer, K. (2015). Enriching Practical Knowledge: Exploring Student teachers' Competences in Integrating Theory and Practice of Mathematics Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(5), 559-599.
- PlatformOnderwijs2032 (2016). *Ons Onderwijs-2032. Eindadvies*. Den Haag: Platform Onderwijs2032.
- PO-Raad (2009). *Opbrengstgericht werken doe je zo*. Utrecht: PO-raad.
- SLO (2006). *Kerdoelen primair onderwijs*. Den Haag: OCW.
- Stichting Goed Rekenonderwijs. (2009). *Een voorstel voor een alternatieve kennisbasis rekenen en wiskunde voor de pabo*. Opgehaald van <http://www.goedrekenonderwijs.nl/wp-content/uploads/2011/10/SGR-Kennisbasis-Rekenen-Pabo.pdf>
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas project*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Treffers, A., De Moor, E., & Feijs, E. (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. I. Overzicht einddoelen*. Tilburg: Zwijzen.
- Treffers, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Buijs, K. (Red.). (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Van Groenestijn, M., Borghouts, C., & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie*. Assen: Van Gorcum.
- Van Weerden, J., & Hiddink, L. (Red.). (2013). *Balans van het basisonderwijs. PPO: 25 jaar kwaliteit in beeld*. Arnhem: Cito.
- Van Zanten, M.A., Barth, F., Faarts, J., Van Gool, A., & Keijzer, R. (2009). *Kennisbasis Rekenen-Wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*. Den Haag: HBO-raad.